
08
Fundamentos de TI
Aula 08
Sistemas Numéricos
Conversões
Prof. Dr. Dilermando Piva Jr.
Site Disciplina: http://fundti.blogspot.com.br/

Sistemas de Numeração

Introdução

O homem, desde tempos remotos, vem utilizando símbolos (escrita) para registrar e transmitir informações. O alfabeto, como conjunto de símbolos, se desenvolveu originalmente na Grécia e posteriormente em Roma e constitui a origem do nosso alfabeto atual. Quanto aos registros numéricos, uma das primeiras tentativas de registro de quantidades foi pelo sistema indo-arábico, que originou os atuais sistemas de numeração decimal.

***Sistemas de Numeração* é o conjunto dos símbolos utilizados para a representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação.**

Atualmente, do ponto de vista numérico o Homem lida com o Sistema Decimal, e do ponto de vista alfabético, com um determinado idioma.

O Computador, devido a suas características físicas e técnicas, lida sob os aspectos numérico e alfabético com o Sistema Binário, utilizando uma série de combinações (códigos) para processar e representar a informação, e permitir seu perfeito funcionamento.

Basicamente, o computador só consegue entender um tipo de informação: NÚMEROS. Mesmo que digitemos letras, ou falemos com ele via microfone, ou ainda enviemos imagens que devam aparecer no monitor, ele somente entenderá essas informações na forma de NÚMEROS. E, ainda assim, está limitado aos algarismos 0 e 1, ou seja, ao Sistema Binário.

Sistema Decimal

O Sistema Decimal utilizado pelo homem, para contar, desde muitos anos, *é um dos* ***chamados sistemas posicionais, utilizando um conjunto de símbolos cujo significado depende fundamentalmente da sua posição relativa ao símbolo vírgula (,), denominado vírgula decimal, que em caso de ausência supõe-se localizada implicitamente à direita.***

Base do Sistema: é o numero 10.

Símbolos utilizados para representação das quantidades, também denominados **DÍGITOS**:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

☞ **Teorema Fundamental da Numeração (TFN).**

O valor decimal de um determinado número em outro sistema de numeração pode ser expresso através da seguinte fórmula:

$$N^o = \sum_{i=-d}^{n} (\text{digito})_i \times (\text{base})^i$$

onde:

- **base** = base do sistema de numeração.
- **i** = posição do dígito em relação a virgula,
- **d** = número de dígitos à direita da vírgula,
- **n** = número de dígitos à esquerda da vírgula –1,
- **dígito** = cada um dos que compõem o número.

Por exemplo, a representação dos números **1998** e **3,1416** é**:**

$$1998 = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

$$1000 + 900 + 90 + 8$$

$$3{,}1416 = 3 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4}$$

$$3 + {,}1 + {,}04 + {,}001 + {,}0006$$

☞ O Teorema Fundamental da Numeração

Relaciona uma quantidade expressa em qualquer sistema de numeração com a mesma quantidade expressa no sistema decimal.

Por exemplo:

Supondo o número **345** expresso no sistema de numeração de **base 8**, que utiliza os dígitos **0 1 2 3 4 5 6 7** para a representação de quantidades**.**

Qual seria a representação da mesma quantidade no Sistema Decimal?

$$3 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 5 \times 8^0 =$$

$$3 \times 64 + 4 \times 8 + 5 \times 1 = 192 + 32 + 5 = 229$$

$$345_{(8} = 229_{(10}$$

Aplicando o **Teorema Fundamental da Numeração,** qual será a **representação da mesma quantidade em decimal,** da quantidade **212,1** expressa no sistema de numeração de **base 3** (utilizando os dígitos **0 1 2**)**?**

$$2 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^0 + {,}1 \times 3^{-1} =$$

$$18 + 3 + 2 + 0{,}333 = \underline{23{,}333}$$

$$212{,}1_{(3} = 23{,}333_{(10}$$

Sistema Binário

A primeira grande diferença entre o Homem e o Computador é o método com que cada um numera toda e qualquer quantidade.

O Homem utiliza o Sistema Decimal.

O Sistema Binário é o sistema de numeração dos computadores atuais utilizado internamente pelo Hardware.

Base do Sistema: é o numero 2.

Símbolos utilizados para representação das quantidades, também denominados DÍGITOS:

0 1

Cada dígito de um número representado neste sistema é denominado **BIT** (**BI**nary Digi**T**).

Adotou-se esse sistema para Computadores porque se descobriu que é muito mais fácil produzir máquinas eletrônicas que trabalhem apenas com dois estados, ou seja, **DESLIGADO (0)** e **LIGADO (1)**.

Para o computador a letra A, por exemplo, está registrada por um conjunto padrão de O e 1 (conforme tabela interna de códigos, de cada sistema de computador).

Quando digitamos a letra A, o computador cria na tela uma representação do conjunto de O e 1 e desenha a letra com impulsos elétricos (representação do caracter).

A combinação da matemática, no caso, o Sistema Binário, com a tecnologia (construção do hardware e software), que permite transformar quase tudo em números, viabiliza a fantástica revolução das TI/SI – Tecnologias e Sistemas de Informação, que presenciamos todos os dias.

A determinados conjuntos de dígitos binários são dados nomes específicos:

- **Quarteto** = conjunto de 4 bits.
- **BYTE ou octeto** = conjunto de 8 bits.
- **Kilobyte ou KB** = conjunto de 1024 bytes (10^2) ...

☞ Aplicando o **Teorema Fundamental da Numeração:**

Qual será o **número decimal representado pelo número binário 1011.1**?

$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} =$$

$$8 + 0 + 2 + 1 + 0{,}5 = \underline{11{,}5}$$

$$1011.1_{(2} = 11{,}5_{(10}$$

Qual seria o número decimal representado pelo número binário 101101?

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$

$$32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = \underline{45}$$

$$101101_{(2} = 45_{(10}$$

Sistema Hexadecimal

É um sistema de numeração cuja base é 16.

Utiliza 16 símbolos para a representação de quantidades, que são:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

São atribuídos os seguintes valores absolutos aos símbolos alfabéticos:

Símbolo	Valor Absoluto
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Os endereços de memória, dos sistemas de computadores, são representados em Hexadecimal. Portanto é importante o entendimento desse sistema de numeração e sua conversão tanto para o sistema decimal, quanto para o sistema binário.

☞ Aplicando o **Teorema Fundamental da Numeração:**

Qual será o **número decimal representado pelo** **<u>número hexadecimal 3F5</u>?**

$$\mathbf{3} \times 16^2 + \mathbf{F} \times 16^1 + \mathbf{5} \times 16^0 =$$

$$3 \times 256 + 15 \times 16 + 5 \times 1 = \underline{1013}$$

$$3F5_{(16} = 1013_{(10}$$

Qual será o número decimal representado pelo <u>N^o. hexadecimal CAFE</u>?

$$\mathbf{C} \times 16^3 + \mathbf{A} \times 16^2 + \mathbf{F} \times 16^1 + \mathbf{E} \times 16^0 =$$

$$49152 + 2560 + 240 + 14 = 51966$$

$$CAFE_{(16} = 51966_{(10}$$

Sistemas Numéricos – Conversão entre Bases

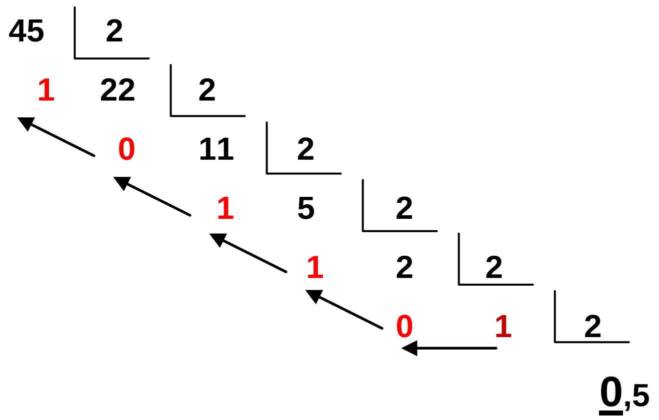
A transformação de uma determinada quantidade (valor) **num sistema de numeração**, para a sua **representação equivalente num outro sistema** é denominada de ***CONVERSÃO*.**

Conversão de Decimal para Binário – números inteiros

A maneira mais simples de efetuar a conversão de números (valores) inteiros decimal para números binários é:

- ***dividir sucessivamente por 2*** **o número decimal *e os quocientes que vão sendo obtidos,* até que o quociente numa das divisões seja O (zero).**
- ***A seqüência de todos os restos obtidos, dispostos na ordem inversa representa o*** **número inicial, expresso (convertido) no sistema binário.**

Exemplo: **Converter o número decimal 45 para binário.**



Resultado: $45_{(10} = 101101_{(2}$

Aplicando o TFN

$$\mathbf{1} \times 2^5 + \mathbf{0} \times 2^4 + \mathbf{1} \times 2^3 + \mathbf{1} \times 2^2 + \mathbf{0} \times 2^1 + \mathbf{1} \times 2^0$$

$$32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45_{(10}$$

Exercício - Converter do sistema decimal para o binário, os números:

a) 1992

b) 356

c) 17898

d) 20716

e) 659

f) 7673

Conversão de Decimal para Binário – fração

A maneira mais simples de efetuar a conversão de uma fração decimal para a representação binária é:

- ***Multiplicar a fração decimal por 2*, obtendo na parte inteira do resultado o primeiro dígito binário da fração binária.**
- ***Repetir o mesmo processo* com a parte fracionária do resultado anterior, obtendo na parte inteira do novo resultado o segundo dígito binário da fração binária.**

  Esse processo deve ser repetido sucessivamente, até que a parte fracionária seja nula ou até que o número de dígitos binários obtidos seja suficiente para atender uma certa medida de erro (número de dígitos à direita da vírgula).

Exemplo: **Converter a fração decimal 0,828125 em fração binária.**

0,828125 x 2 = 1,65625
0,65625 x 2 = 1,3125
0,3125 x 2 = 0,625
0,625 x 2 = 1,25
0,25 x 2 = 0,5
0,5 x 2 = 1,0 → **parte fracionária nula**

$$0{,}828125_{(10} = 0{,}110101_{(2}$$

Exemplo: **Converter a fração decimal 0,333 em fração binária, com erro Inferior a 2^{-8}.**

0,333 x 2 = 0,666
0,666 x 2 = 1,332
0,332 x 2 = 0,664
0,664 x 2 = 1,328
0,328 x 2 = 0,656
0,656 x 2 = 1,312
0,312 x 2 = 0,624
0,624 x 2 = 1,248

$$0{,}333_{(10} = 0{,}01010101_{(2} \quad \text{com erro inferior a } 2^{-8}$$

Conversão de Decimal para Binário – parte inteira e fracionária

Para a **conversão de um número decimal com parte inteira e fracionária** **aplicam-se os métodos anteriores, obtendo-se as partes binárias inteiras e fracionárias**. Em seguida juntam-se essas partes para configurar o resultado

Exemplo: **Converter em número binário o número decimal 67,765625.**

a) Conversão da parte inteira

```
67 |_2
 1   33 |_2
      1   16 |_2
           0    8 |_2
                0    4 |_2
                     0    2 |_2
                          0    1 |_2
                                 0,5
```

Parte inteira Binária → 1000011

b) Conversão da parte fracionária

0,765625 x 2 = 1,53125
0,53125 x 2 = 1,0625
0,0625 x 2 = 0,125
0,125 x 2 = 0,25
0,25 x 2 = 0,5
0,5 x 2 = 1,0 → **parte fracionária nula**

Parte fracionária Binária → 110001

$$67{,}765625_{(10} = 1000011{,}110001_{(2}$$

Exercício - Converter do sistema decimal para o binário, os números abaixo, considerando como medida de erro 2^{-6}:

a) **350,465342**
b) **0,8654**
c) **33,1416**
d) **512,256**
e) **96,765**
f) **0,7654**
g) **0,3264**
h) **764,825625**

Conversão de Decimal para Binário - Método das subtrações sucessivas das potências de 2

É um método válido para converter qualquer número decimal, com ou sem parte fracionária, em Binário.

A utilização desse método requer uma tabela de potências de 2, mostrada abaixo.

Potências de 2	Posição
...	...
16384	14
8192	13
4096	12
2048	11
1024	10
512	9
256	8
128	7
64	6
32	5
16	4
8	3
4	2
2	1
1	0
0.5	- 1
0.25	- 2
0.125	- 3
0.0625	- 4
0.03125	- 5
0.015625	- 6
...	...

Tabela de Potências de 2

- **O método das subtrações sucessivas das potências de 2**

Consiste em **procurar na tabela a maior potência de 2** que possa ser subtraída do número dado, **considerando** em seguida **o resultado da subtração** como novo número para continuar o processo.

O processo é repetido até que o resto seja **ZERO** ou **inferior ao erro especificado**.

O número binário resultante contém o digito 1 nas posições correspondentes às potências que foram subtraídas **e O (zero) nas demais**.

Exemplo: **Converter o número decimal 1998 em binário.**

1998 –	**1024**	**= 974**	**1 na posição 10.**
974 –	**512**	**= 462**	**1 na posição 9.**
462 –	**256**	**= 206**	**1 na posição 8.**
206 –	**128**	**= 78**	**1 na posição 7.**
78 –	**64**	**= 14**	**1 na posição 6.**
14 –	**8**	**= 6**	**1 na posição 3.**
6 –	**4**	**= 2**	**1 na posição 2.**
2 –	**2**	**= 0**	**1 na posição 1.**

***O processo é encerrado porque o resto é ZERO*.**

O número binário esperado é obtido escrevendo-se o número binário que contém 1 nas posições indicadas e 0 nas restantes.

Posição :	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0

$$1998_{(10} = 11111001110_{(2}$$

Exercício: Converter do sistema decimal para o binário, os números abaixo, pelo método das subtrações sucessivas de potências.

a) **32765**

b) **4098**

c) **16200**

d) **512**

e) **30685**

f) **17876**

- **Conversão de números com fração**

Exemplo: **Converter o número decimal 1497,828125 em binário.**

1497,828125 –	**1024**	**=**	**473,828125**	**1**	**na posição 10.**
473,828125 –	**256**	**=**	**217,828125**	**1**	**na posição 8.**
217,828125 –	**128**	**=**	**89,828125**	**1**	**na posição 7.**
89,828125 –	**64**	**=**	**25,828125**	**1**	**na posição 6.**
25,828125 –	**16**	**=**	**9,828125**	**1**	**na posição 4.**
9,828125 –	**8**	**=**	**1,828125**	**1**	**na posição 3.**
1,828125 –	**1**	**=**	**0,828125**	**1**	**na posição 0.**
0,828125 –	**0,5**	**=**	**0,328125**	**1**	**na posição -1.**
0,328125 –	**0,25**	**=**	**0,078125**	**1**	**na posição -2.**
0,078125 –	**0,0625**	**=**	**0,015625**	**1**	**na posição -4.**
0,015625 –	**0,015625**	**=**	**0,0**	**1**	**na posição -6.**

***O processo é encerrado porque o resto é ZERO*.**

O número binário esperado é obtido escrevendo-se o número binário que contém 1 nas posições indicadas e 0 nas restantes.

Posição : 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5 -6

1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 1 , 1 1 0 1 0 1

$$1497{,}828125_{(10} = 10111011001{,}110101_{(2}$$

Exercício: **Converter do sistema decimal para o binário, os números abaixo, pelo método das subtrações sucessivas de potências.**

a) **4096,878155**

b) **8192,0625**

c) **13,765**

d) **512,785785**

Conversão de <u>Binário para Decimal</u>

- **O método**

  Consiste em **<u>reescrever o número binário na vertical</u>** de maneira que a **<u>porção direita</u>** do número **<u>fique acima da porção esquerda</u>**.

  Em seguida o seguinte processo deve ser repetido para cada um dos dígitos da seqüência vertical, começando pelo que se encontra mais abaixo:

  - Soma-se o digito binário a 2 vezes o **<u>resultado da operação anterior</u>**.

    Note: **<u>para o primeiro dígito</u>** considera-se **<u>0 (zero)</u>** como **<u>resultado da operação</u>**.

  <u>O resultado da última operação é o número decimal</u> correspondente ao binário.

  Exemplo: **Converter em decimal o número Binário 1101011.**

1 1 0 1 0 1 1

1 + **2** x **53** = **<u>107</u>**
1 + **2** x **26** = **53**
0 + **2** x **13** = **26**
1 + **2** x **6** = **13**
0 + **2** x **3** = **6**
1 + **2** x **1** = **3**
1 + **2** x **0** = **1**

$$\mathbf{1101011_{(2} = 107_{(10}}$$

Exercício: Converter do sistema binário para o decimal, os números binários:

a) **11111111**
b) **1000000000**
c) **11111001000**
d) **101101101**
e) **1100110011**

Conversão de Binário para Decimal - Método da soma das potências de 2

Este método e válido tanto para números binários inteiros quanto para números binários com porção fracionária. O uso deste método requer a tabela de potências de 2, utilizada no item 13.2.4.

Este método é o mesmo utilizado na conversão de decimal para binário estudado anteriormente, porém executado de maneira inversa, isto é, considerando-se o número binário, somam-se as potências de 2 correspondentes às posições dos dígitos com valor igual a 1.

O número decimal é a soma dessas potências.

Exemplo: **Converter em decimal o número Binário 1101011.**

Número Binário:	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**
Posição:	6	5	4	3	2	1	0
Potência de 2:	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	64	**32**	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**

Soma das Potências de 2: **64 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1 = 107**

Exemplo: **Converter em decimal o número Binário 111,111.**

Número:	**1**	**1**	**1 ,**	**1**	**1**	**1**
Posição:	2	1	0	-1	-2	-3
Potência de 2:	**4**	**2**	**1**	**0.5**	**0.25**	**0.125**

Soma das Potências de 2: **4 + 2 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0.125 = 7,875**

Exercício: Converter do sistema binário para o decimal, os números binários:

a) **1011,0111**
b) **100,001**
c) **111110,01**
d) **101,10111**

Conversão de <u>Decimal para Hexadecimal</u> – Método das divisões sucessivas por 16

Este método é **<u>válido para converter números decimais inteiros</u>** para o sistema hexadecimal.

Consiste em dividir sucessivamente por 16 o número decimal e os quocientes obtidos até que o quociente seja igual a 0 (zero).

<u>O Número Hexadecimal é formado pelos restos obtidos, escritos na ordem inversa à da sua obtenção.</u>

Exemplo: **Converter para hexadecimal o número decimal 53888.**

53888 | **16**
0 — **3368** | **16**
8 — **210** | **16**
2 — **13** | **16**
0

$$53888_{(10} = D280_{(16}$$

Conversão de <u>Decimal para Hexadecimal</u> – Método das multiplicações sucessivas por 16

Este método é utilizado para **<u>converter uma fração decimal em fração hexadecimal</u>**.

Consiste em multiplicar a fração decimal por 16, obtendo na parte inteira do resultado o primeiro dígito da fração hexadecimal. Repetir o processo com a parte fracionária do resultado obtido. Esse processo será encerrado quando a parte fracionária obtida for nula ou quando o número de dígitos é suficiente para não superar o erro máximo especificado.

Exemplo: **Converter para hexadecimal a fração decimal 0.06640625.**

$$0.06640625 \times 16 = \mathbf{1}.0625$$
$$0.0625 \times 16 = \mathbf{1}.0$$

$$0.6640625_{(10} = 0.11_{(16}$$

Para converter números decimais com porção inteira e fracionária, para o sistema hexadecimal basta combinar os dois métodos anteriores.

Exercício: Converter para o sistema hexadecimal, os números decimais:

a) **65536**
b) **65535**
c) **43690**
d) **64202**

Conversão de Hexadecimal para Binário

Para converter um número Hexadecimal em Binário substitui-se cada dígito hexadecimal por sua representação binária (quatro dígitos binários) conforme tabela abaixo:

Dígito Hexadecimal	Dígitos binários
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Tabela de equivalência - Hexadecimal-Binário.

Exemplo: Converter o número hexadecimal 4BC3 para binário.

4	**B**	**C**	**3**	**- Hexadecimal**
0 1 0 0	**1 0 1 1**	**1 1 0 0**	**0 0 1 1**	**- Binário**

$$4BC3_{(16} = 100101111000011_{(2}$$

Exemplo: Converter o número hexadecimal 8CA1,BC para binário.

8	**C**	**A**	**1**	**B**	**C**	**- Hex**
1 0 0 0	**1 1 0 0**	**1 0 1 0**	**0 0 0 1 ,**	**1 0 1 1**	**1 1 0 0**	**- Binário**

$$8CA1.BC_{(16} = 1000110010100001,101111_{(2}$$

Exercício: Converter para o sistema binário, os números em hexadecimal:

a) **3BD7**
b) **FE767.53**
c) **ABCD**
d) **12345**

Conversão de Binário para Hexadecimal

Para converter um número Binário em Hexadecimal deve ser executado o processo inverso ao anterior (item 13.2.9).

Agrupar os dígitos binários de 4 em 4, partindo do ponto decimal para a esquerda e para a direita, substituindo cada quarteto por seu correspondente dígito em hexadecimal (vide tabela anterior).

Exemplo: **Converter o número binário 1101101100 em hexadecimal.**

0 0 1 1	**0 1 1 0**	**1 1 0 0**	**- Binário**
3	**6**	**C**	**- Hexadecimal**

$$1101101100_{(2} = 36C_{(16}$$

Exemplo: **Converter o número binário 100101001000.1011011 em hexadecimal.**

1 0 0 1	**0 1 0 0**	**1 0 0 0**	**,**	**1 0 1 1**	**0 1 1 0**	**- Binário**
9	**4**	**8**		**B**	**6**	**- Hexadecimal**

$$100101001000,10110110_{(2} = 948.BC_{(16}$$