13 - Circuitos Combinacionais

São circuitos em que as saídas dependem única e exclusivamente das variáveis de entrada. Para a obtenção desses circuitos deve-se determinar:

a) Uma tabela verdade que represente o problema;
b) Uma expressão booleana;
c) O circuito lógico correspondente.

Ex. 1:

Fig.: 38

Deseja-se um conjunto de controles que obedeça:

1) Quando ∃ canos só em B → semáforo 2 ficará aberto;
2) Quando ∃ canos só em A → semáforo 1 ficará aberto;
3) Quando ∃ canos em A e em B → semáforo 1 ficará aberto;

13.1 - Convenções

1) ∃A → A = 1;
2) ∍A → A = 0;
3) ∃B → B = 1;
4) ∍B → B = 0
5) se sinal 1 verde → V1 = 1
6) se sinal 2 verde → V2 = 1
7) <u>Quando</u> V1 = 1 → VM1 = 0; <u>Quando</u> V2 = 0 → VM2 = 1;
8) <u>Quando</u> V2 = 1 → VM2 = 0; <u>Quando</u> V1 = 0 → VM1 = 1.

<u>T.V.</u>

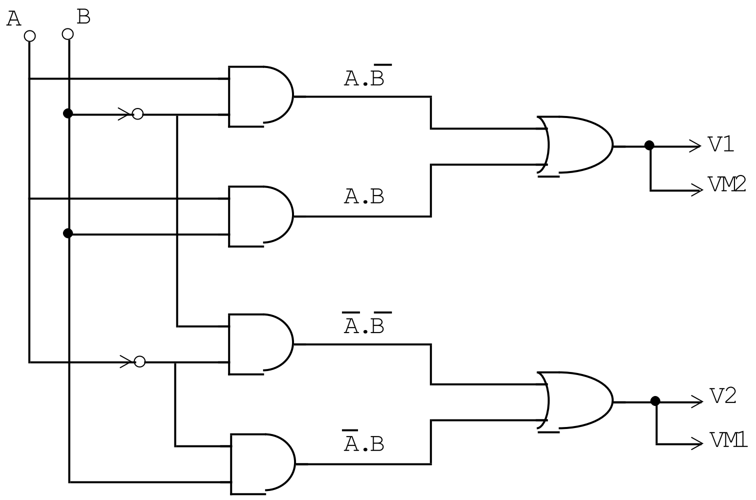
A B	V1	V2	VM1	VM2
0 0	X	X	X	X
0 1	0	1	1	0
1 0	1	0	0	1
1 1	1	0	0	1

Quando A = B = 0 tem-se uma situação irrelevante (X).

Adotando para A = 0 = B → V2 = 1, V1 = 0, VM2 = 0 e VM1.
Determinação das expressões lógicas:

a) $V1 = A \cdot \overline{B} + A \cdot B$
b) $V2 = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$
c) $VM1 = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$
d) $VM2 = A \cdot \overline{B} + A \cdot B$

13.2 - Circuito Lógico:



Ou intuitivamente: V2=V1 --> V1=A

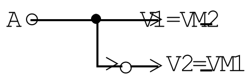


Fig.: 39

Ex2.:

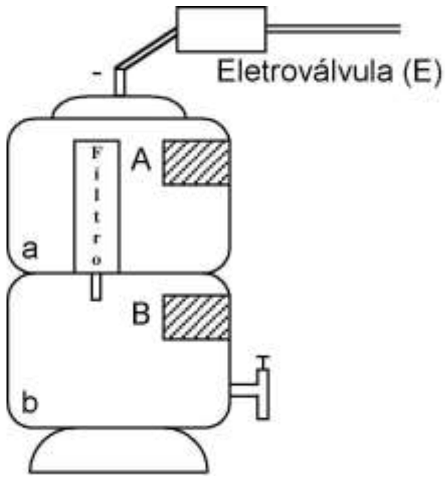


Fig.: 40

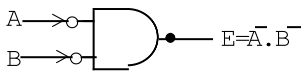
T.V.

A B	**E**
0 0	1
0 1	0 E = A . B
1 0	0
1 1	0

Códigos:

a cheio → sensor A = 1;
b cheio → sensor B = 1;
a não cheio → sensor A = 0;
b não cheio → sensor B = 0;
E = 1 → válvula ligada
0 → válvula desligada

Circuito Lógico:



OU

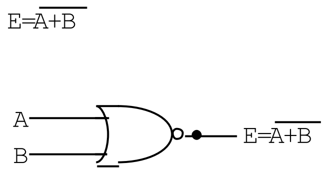


Fig.: 41

Ex.3:

Raposa X Galinha X Milho → num paiol
M = 1 → Milho no paiol
G = 1 → Galinha no paiol
R = 1 → Raposa no paiol
C = 1 → Disparo campainha

R G M	C
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	0
1 1 0	1
1 1 1	1

$C = \overline{R} \,.\, G \,.\, M + R \,.\, G \,.\, \overline{M} + R \,.\, G \,.\, M$

Mas,

$C = \overline{R} \,.\, G \,.\, M + R \,.\, G \,.\, (\overline{M} + M)$

$C = \overline{R} \,.\, G \,.\, M + R \,.\, G$

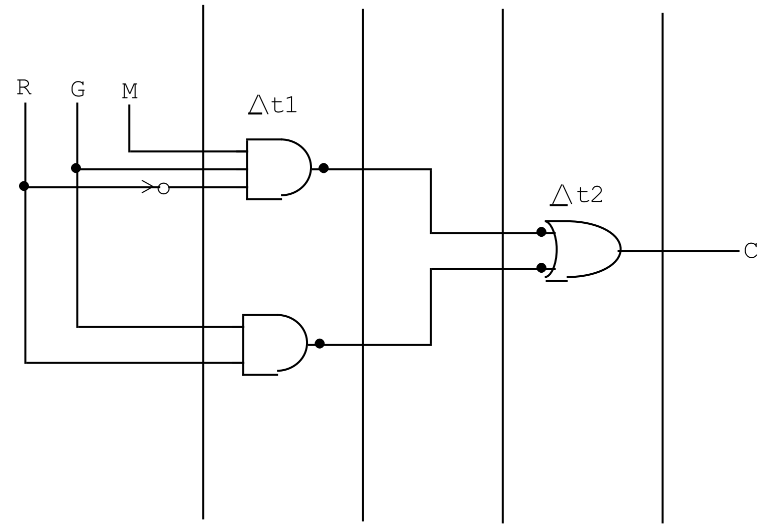


Fig.: 42

Fazer:

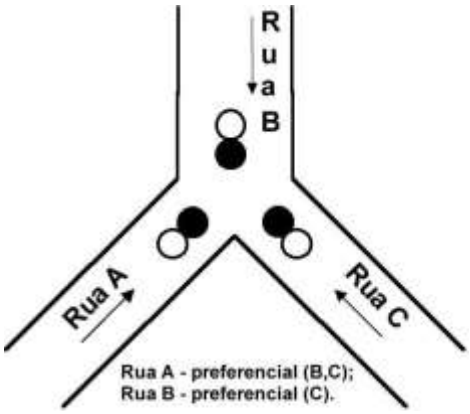


Fig.: 43

13.4 - Propriedades da Álgebra de Boole

13.4.1 - Elemento Neutro:

$A + 0 = A$
$A \cdot 1 = A$

13.4.2 - Comutativa:

$A + B = B + A$;

$A \cdot B = B \cdot A$

13.4.3 - Associativa:

$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$;
$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$

13.4.4 - Distributiva:

$(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$
$(A \cdot B) + C = (A + C) \cdot (B + C)$

13.4.5 - Identidades Auxiliares:

1) $A + 1 = 1$;
   $A \cdot 0 = 0$;

2) $A \cdot \overline{A} = 0$;
   $A + \overline{A} = 1$;

3) $A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$ (Prova: $A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \cdot (B + \overline{B}) = A$)

4) $A = \overline{\overline{A}}$

5) $A + AB = A$ (Prova: $A \cdot (1 + B) = A$)

6) $A \cdot A = A$;
   $A + A = A$;

7) $(A + B) \cdot (A + C) = A + BC$
(Prova: Propr. Distributiva $= A \cdot A + A \cdot C + A \cdot B + B \cdot C = A + A (B + C)$
$+ BC = A (1 + (B + C) + BC = A + BC$
-1

8) $A + \overline{A} \cdot B = A + B$
(Prova: $(A + \overline{A}) \cdot (A + B) = 1 \cdot (A + B) \Rightarrow A + B = 1$

13.4.6 - Teorema da Dualidade

Fora expressão lógica tem uma expressão dual, obtida assim:

- todo 1 é trocado por 0;
- todo 0 é trocado por 1;
- todo OU é trocado por E;
- todo E é trocado por OU;

13.4.7 – Teorema de DEMORGAN

1) O complemento do “produto” é a “soma” dos complementos.

Ex.: $\overline{A . B} = \overline{A} + \overline{B}$
$\overline{A . B . C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

A . B	$\overline{\textbf{A . B}}$	$\overline{\textbf{A}} + \overline{\textbf{B}}$
0 0	1	1
0 1	1	1
1 0	1	1
1 1	0	0

2) O complemento da “soma” é o “produto” dos complementos.

Ex.: $\overline{A + B} = \overline{A} . \overline{B}$

13.4.8 - Simplificado de Expressões Utilizando as Propriedades e Teoremas

1) $S = (A + B + C) . (\overline{A} + B)$
$= A . \overline{A} + A . B + B . \overline{A} + B . B + C . \overline{A} + C . B$
$= A . B + \overline{A} . B + B + BC + \overline{A}C$
$= B (A + \overline{A}) + B(1 + C) + \overline{A} . C$
$= B + B + \overline{A} . C$
$= B + \overline{A} . C$

2) $S = X + XYZ + YZ\overline{X} + WX + \overline{W}X + \overline{X}Y$
$= X + YZ (X + \overline{X}) + X(W + \overline{W}) + \overline{X}Y = X + YZ + X + \overline{X}Y$
$= X + YZ + \overline{X}.Y = X + \overline{X}Y + YZ = X + Y + YZ$
$= X + Y (1 + 3) = X + Y$

3) $S = \overline{\overline{A . C} + B + D} + C \overline{(A . C . D)}$
$= A . C . \overline{B} . \overline{D} + C (\overline{A} = \overline{C} = \overline{D})$
$= A . C . \overline{B} . \overline{D} + \overline{A} . C + C . \overline{C} + C . \overline{D}$

= C . D (A . B + 1) + A . C
= C $(\overline{A} + \overline{D})$

4) S = $(X + \overline{Y} = XY) . (X + \overline{Y}) . \overline{X} . Y$
= $(X . X + X\overline{Y} + X . \overline{Y} + \overline{Y} . \overline{Y} + XYX + XY\overline{Y}) . \overline{X} . Y$
= $(X + X\overline{Y} + \overline{Y} + XY) . \overline{X} . Y$
= $(X + \overline{Y}). \overline{X} . Y = X . \overline{X} . Y + \overline{X} . Y . \overline{Y}$
= 0

13.4.9 - Formas Fundamentais de Uma Expressão

Conjunção → **E**

Disjunção → **OU**

a) <u>Forma Fundamental Conjuntiva</u>

É uma expressão onde as variáveis aparecem ligadas por o ou, formando o que é chamado de **<u>MAXTERMOS</u>** e estes aparecem ligados por E.

Ex.: (a + b + c) . (b + c) . (a + c)
MAXTERMOS

b) <u>Forma Fundamental Disjunta</u>

É uma expressão em que as variáveis são ligadas por E, formando os **<u>MINITERMOS</u>**, e estes aparecem ligados por OU.

<u>Ex.:</u> $(a . b . c) + (a . \overline{b} . E)$

Os minitermos onde ocorrem todas as variáveis da expressão são chamados de **<u>p-cubos.</u>**

<u>Ex.:</u> $A . B . C + A . B + B . C + \overline{A . B . C}$
p-cubo p-cubo

c) <u>Forma Fundamental Canônica</u>

É aquela em que todos os minitermos são p-cubos, e não aparecem repetidos.
Ex.: A . B . C + A . B . C + A . B . C

EX.:

A B C	**S**
0 0 0	0

0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	1
1 0 1	0
1 1 0	0
1 1 1	1

<u>f.f. canônica e desjuntiva</u>

$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$

<u>f.f. conjuntiva</u>

$\overline{S} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$

$S = S = \overline{(\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C})} \cdot \overline{(\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C})} \cdot \overline{(\overline{A} \cdot B \cdot C)} \cdot \overline{(A \cdot \overline{B} \cdot C)} \cdot \overline{(A \cdot B \cdot \overline{C})}$

$= (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$

$= (A + B + C) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C)$